А.Г. Кусраев

С.С. Кутателадзе

Л.В. Канторович – математик и экономист

(к столетию со дня рождения)

А.Г. Кусраев*, С.С. Кутателадзе**

В этом году исполнилось сто лет со дня рождения Леонида Витальевича Канторовича, всемирно известного математика и экономиста.

Канторович родился в Санкт-Петербурге в семье врача-венеролога 19 января 1912 г. (6 января по старому стилю). В 1926 г. в возрасте 14 лет он поступил в Ленинградскийуниверситет. Вскоре он стал заниматься в кружке, организованном для студентов Г.М. Фихтенгольцем, а затем и в семинаре, посвященном дескриптивной теории функций. Закончив ЛГУ в 1930 г., Канторович начал педагогическую работу в ленинградских вузах, сочетая ее с интенсивными научными исследованиями. Уже в 1932 г. он – профессор Ленинградского института инженеров гражданского строительства и доцент ЛГУ. В 1934 г. Канторович становится профессором своей alma mater.

Основные труды в области математики Канторович создал именно в свой«ленинградский» период. При этом в 1930-е годы он опубликовал больше статей по чистой математике, а 1940-е годы для него – время работ по вычислительной математике, где он стал признанным лидером в стране.

В 1935 г. Канторович совершил свое главное математическое открытие – он определил K-пространства, т. е. векторные решетки, в которых каждое непустое порядково ограниченное множество имеет точную верхнюю и точную нижнюю границы. Пространства Канторовича предоставили естественные рамки для построения теории линейных неравенств – области, до того времени практически никак не изученной. Очевидно, что концепция неравенств весьма приспособлена для задач, связанных с приближенными вычислениями, где существенную роль играют разнообразные оценки точности полученных результатов. Важным источником интереса к линейным неравенствам служила экономическая проблематика.

Целесообразное и оптимальное поведение в условиях ограниченных ресурсов естественно связывать с языком отношений частичного сравнения. Наконец, концепция линейных неравенств неразрывна с ключевой идеей выпуклого множества. Функциональный анализ по самому своему понятию предполагает наличие нетривиальных непрерывных линейных функционалов в рассматриваемом пространстве. Наличие же такого функционала эквивалентно существованию непустого собственного открытого выпуклого множества в объемлющем пространстве. В случае общего положения выпуклые множества суть в точности решения подходящей системы линейных неравенств.

В конце 1940-х годов Канторович в серии работ сформулировал и развил тезис о взаимосвязи функционального анализа и прикладной математики. Канторович выделил три технологии: метод жорант, восходящий к Коши, метод конечномерных приближений и метод Лагранжа для новых задач оптимизации, возникающих в экономике. Технологию мажорирования в общих упорядоченных векторных пространствах Канторович взял за основу исследования вариантов метода Ньютона в банаховых пространствах. Приближение бесконечномерных пространств и операторов их конечномерными аналогами следует воспринимать наряду с универсальным пониманием вычислительной математики как науки о конечных приближениях общих компактов. Новизна экстремальных задач, возникающих в социальных науках, связана с наличием многомерных противоречивых целей, ставящих на первое место проблему согласования интересов. Соответствующие приемы можно рассматривать как своего рода скаляризацию векторных целей.

С конца 1930-х годов творчество Канторовича обрело новые черты – он совершил серьезный прорыв в экономической науке. В 1939 г. вышла в свет его знаменитая брошюра «Математические методы организации и планирования производства», ознаменовавшая рождение линейного программирования.

Основополагающим открытием Канторовича на стыке математики и экономики стало линейное программирование, которое теперь изучают де-

* Кусраев А.Г. – д. ф.-м. н., профессор, председатель ВНЦ РАН и РСО-А .
** Кутателадзе С.С. – д. ф.-м. н., профессор (Новосибирск).

сятки тысяч людей во всем мире. Под этим термином скрывается колоссальный раздел науки, посвященный линейным оптимизационным моделям. Линейное программирование – техника максимизации линейного функционала на множестве положительных решений системы линейных неравенств. Неудивительно, что Канторович открыл линейное программирование вскоре после создания основ теории пространств упорядоченных векторных пространств.

Термин «линейное программирование» был предложен в 1951 г. американским экономистом Т. Купмансом. В 1975 г. Канторович и Купманс получили Нобелевскую премию по экономическим наукам с формулировкой «за их вклад в теорию оптимального распределения ресурсов». Особой заслугой Купманса стала пропаганда методов линейного программирования и защита приоритета Канторовича в открытии этих методов. В США линейное программирование возникло в 1947 г. в работах Джорджа Данцига, который всегда подчеркивал приоритет Канторовича.

Следует отметить, что с оптимальным планом любой линейной программы автоматически связаны оптимальные цены или «объективно обусловленные оценки». Последнее громоздкое словосочетание Канторович выбрал из тактических соображений для повышения «критикоустойчивости» термина. Взаимозависимость оптимальных решений и оптимальных цен – такова краткая суть экономического открытия Канторовича.

В 1940-е годы на поверхности научного информационного потока экономические работы Канторовича практически не публиковались. Однако в его творчестве экономическая проблематика выступила на первый план.

Уже в военные годы он завершил работу над первым вариантом книги «Экономический расчет наилучшего использования ресурсов», принесшей ему в 1975 г. Нобелевскую премию. Эта работа опережала время, не соответствовала догматам господствующей политической экономии, и ее публикация оказалась возможной только в 1959 г. Пионерские идеи Канторовича были легализованы и начали использоваться в экономической практике.

В 1948 г. Совет Министров СССР особо секретным постановлением № 1990–774 сс/оп решил «в двухнедельный срок организовать в Ленинградском филиале Математического института АН СССР расчетную группу в количестве до 15 чел., возложив руководство этой группой на проф. Канторовича». Так Канторович вошел в число участников проекта по созданию отечественного ядерного оружия.

В 1957 г. Канторовича пригласили на работу во вновь создаваемое Сибирское отделение Академии наук. Вскоре он был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР по Отделению экономики. В 1964 г. Канторович избран действительным членом АН СССР по Отделению математики и в 1965 г. удостоен Ленинской премии.

В начале 1970-х годов Канторович переехал в Москву, где продолжил занятия экономическим анализом. Канторович всегда мечтал о внедрении новых математических методов в хозяйственную практику своей Родины и служил этой мечте до своей кончины 7 апреля 1986 г., невзирая на непонимание и откровенное противодействие ретроградов от науки и политики, управлявших страной. Он похоронен на Новодевичьем кладбище в Москве.

Научное наследие Канторовича огромно. Его исследования в области функционального анализа, вычислительной математики, теории экстремальных задач, дескриптивной теории функций оказали фундаментальное влияние на становление и развитие названных дисциплин. Он по праву входит в число основоположников современной математической экономики.

Канторович – автор более трехсот научных работ, которые при подготовке аннотированной биб лиографии его сочинений он сам предложил распределить по следующим девяти разделам: дескриптивная теория функций и теория множеств, конструктивная теория функций, приближенные методы анализа, функциональный анализ, функциональный анализ и прикладная математика, линейное программирование, вычислительная техника и программирование, оптимальное планирование и оптимальные цены, экономические проблемы плановой экономики.

Классические исследования метода Ньютона, принесшие Канторовичу мировое признание в области методов вычислений, были основаны на самой общей схеме мажорирования. В наши дни развитие методов мажорирования осуществляется в рамках булевозначного анализа. Современная техника математического моделирования позволила показать, что основные свойства решеточно нормированных пространств представляют собой булевозначные интерпретации свойств классических нормированных пространств. Важнейшие взаимосвязи здесь таковы. Произвольное банахово пространство внутри булевозначной модели при внешней расшифровке представляет собой расширенное пространство Банаха – Канторовича.

При этом каждое решеточно нормированное пространство может быть реализовано как плотное подпространство некоторого банахова пространства в подходящей булевозначной модели. Наконец, банахово пространство получается из некоторого банахова пространства в булевозначной модели посредством специальной процедуры ограниченного спуска в том и только в том случае, если это пространство содержит полную булеву алгебру проекторов единичной нормы, обладающей свойством цикличности.

Канторович одним из первым сформулировал признаки оптимальности в весьма общих экстремальных задачах. Стал классическим его подход к теории транспорта, в центре которой расположена задача Монжа – Канторовича. Еще одна особенность экстремальных задач, возникающих в практике, состоит в наличии большого числа противоречивых целей и интересов, подлежащих согласованию. Фактически здесь всегда речь идет о многоцелевой оптимизации, отличающейся присутствием векторнозначной функции цели. При поиске управленческого решения в этих обстоятельствах приходится учитывать различные, противоречащие друг другу предпочтения, составляющие единую комплексную цель. При этом, как правило, невозможно выделить какую-либо отдельную скалярную цель, не игнорируя остальные и не меняя тем самым первоначальной постановки задачи.

Специфические трудности практических задач и необходимость сведения их к числовому случаю были связаны в творчестве Канторовича с размышлениями о природе вещественных чисел. Элементы своих K-пространств он рассматривал как обобщенные числа, тем самым развивая идеи, которые в наше время принято называть скаляризацией. Скаляризация в самом общем смысле – это приведение к числу. Поскольку число представляет собой меру количества, видно, что идея скаляризации имеет общематематическое значение. Исследования Канторовича в области скаляризации были связаны в первую очередь с проблемами экономики, которой он интересовался с первых дней своего творческого пути в науке.

Целостность мышления проявлялась во всех исследованиях Канторовича. Идеи линейного программирования были тесно связаны с его методологическими установками в области математики. Важнейшим своим математическим достижением Канторович считал выделение K-пространств. В конце прошлого века была вскрыта удивительная связь пространств Канторовича с проблемой континуума и нестандартными моделями теории множеств. Как известно, множество имеет мощность континуума, если оно находится во взаимно однозначном соответствии с отрезком числовой прямой.

Гипотеза континуума состоит в том, что любое подмножество отрезка либо счетно, то есть допускает пересчет, либо имеет мощность континуума. Проблема континуума ставит вопрос о справедливости или ложности гипотезы континуума.

Гипотеза континуума была впервые высказана Кантором в 1878 г. Он был убежден в том, что эта гипотеза является теоремой и всю жизнь тщетно пытался ее доказать. В 1900 г. в Париже состоялся II Международный конгресс математиков. Гильберт выступил на открытии со своим знаменитым докладом «Математические проблемы», сформулировав 23 проблемы, решение которых девятнадцатое столетие завещало двадцатому. Первой в докладе Гильберта стоит проблема континуума. Оставаясь нерешенной десятилетиями, она порождала глубокие исследования в основаниях математики. В итоге более чем полувековых усилий мы теперь знаем, что гипотеза континуума не может быть ни доказана, ни опровергнута.

К пониманию независимости гипотезы континуума человечество пришло в два этапа: в 1939 г. Курт Гедель проверил, что гипотеза континуума совместна с аксиомами теории множеств, а в 1963 г. Поль Коэн доказал, что им не противоречит и отрицание гипотезы континуума. Оба результата установлены путем предъявления подходящих моделей, т. е. построением универсума и интерпретацией в нем теории множеств. Подход Геделя основан на «усечении» универсума фон Неймана. Гедель показал, что выделенные им коструктивные множества образуют модель, в которой имеет место континуум-гипотеза. Следовательно, отрицание гипотезы континуума недоказуемо. Подход Коэна в известном смысле противоположен технике Геделя: он основан на контролируемом расширении универсума фон Неймана.

Метод форсинга Коэна был упрощен в 1965 г. с использованием аппарата булевых алгебр и новой технологии математического моделирования, использующей нестандартные модели теории множеств. Прогресс возникшего на этой основе булевозначного анализа продемонстрировал фундаментальное значение расширенных K-пространств. Каждое из таких пространств, как оказалось совершенно неожиданно, служит равноправной моделью вещественной прямой и, значит, играет в математике ту же фундаментальную роль. Пространства Канторовича дали новые модели поля вещественных чисел и обрели бессмертие.

Методология Канторовича постоянно получает блестящее подтверждение, доказывая целостность науки и неизбежность взаимопроникновения математики и экономики.